



Universidad Simón Bolívar
Departamento de Matemáticas
Puras y Aplicadas

Matemáticas I (MA1111)
2^{do} Examen Parcial (30%)
Sept-Dic 2010

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS

1. (8 puntos) Halle los siguientes límites:

(a) Suponiendo que $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 7$,
calcule $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4f(x-1) + 1}{x + 4}$

(c) $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\text{sen}(2\theta + \pi)}{\theta - \frac{\pi}{2}}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 7x + 2}{x^2 - x}$

(d) $\lim_{z \rightarrow \infty} \left(\frac{z^2}{z-1} - \frac{z^2+1}{z-3} \right)$

2. (8 puntos) Sea:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3\sqrt{x+1} + a}{\cos(\pi x) + 2} & \text{si } x > 3 \\ \frac{ax - 4}{\sqrt{4-x}} & \text{si } x < 3 \end{cases}$$

(a) ¿Existe algún valor de a para que los límites laterales en $x = 3$ sean iguales?

(b) De ser posible, ¿cómo se debe definir $f(3)$ para que f sea continua en todos los reales?

3. (6 puntos) Use el Teorema del Valor Intermedio para probar que $f(x) = 2x^2 - 3x - \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)$, tiene por lo menos una raíz.

4. (4 puntos) Demuestre que, si cerca de $x = 0$

$$1 - \frac{x^2}{2} \leq \cos(x) \leq 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24}$$

entonces $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - 1}{x^2} = -\frac{1}{2}$

5. (4 puntos) Para cada una de las siguientes proposiciones, indique si es verdadera o falsa:

(a) La función $f(x) = 6 - \sqrt{2x+3}$ es inyectiva.

(b) Si f no es continua en un punto, entonces no está definida en ese punto.